

2023-2024 учебный год


**КУБОК
ГАГАРИНА**
олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

ОТВЕТЫ РЭ-2024
5 класс
Максимальное количество баллов за задания:

1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма
4	4	4	4	5	5	5	5	36

1. Максимально 4 балла.

2

Если Коля ответил верно, то обе девочки ошиблись, так как число 9 нечётное и не делится на 15. Значит, верный ответ дал Роман. Но простое число не делится на 15, а единственное чётное простое число – это 2.

Только ответ – 1 балл.

2. Максимально 4 балла.

Тим

Тим берет из второй кучки 100 конфет, а затем повторяет ходы Алекса, беря столько же конфет, сколько и второй, но из другой кучки

3. Максимально 4 балла.

Тетрадь – под диваном, шпиргалка – на столе, плеер – под подушкой, кроссовки – под столом.

Плеер нашёлся не под столом, не на столе и не под диваном. Значит, он был под подушкой. Поэтому шпиргалка под подушкой лежать не могла. Но она не валялась и на полу (то есть её не было ни под столом, ни под диваном). Следовательно, она лежала на столе. Тетрадь не лежала под столом, значит, ей осталось только место под диваном. Тогда под столом могли быть только кроссовки.

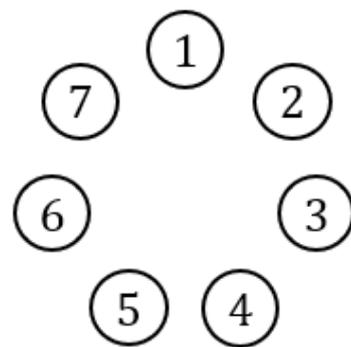
Только ответ – 1 балл.

4. Максимально 4 балла.

Рассмотрим все кубы, являющиеся трёхзначными числами. Это $5^3=125$, $6^3=216$, $7^3=343$, $8^3=512$, $9^3=729$ (других нет, так как $4^3=64<100$, а $10^3=1000>999$). Так как разные буквы обозначают разные цифры, ни одно из чисел КУБ и ШАР не равно 343. Но во всех оставшихся кубах есть общая цифра 2, а в числах КУБ и ШАР общих цифр нет.

5. Максимально 5 баллов.

Заметим, что три настоящие монеты также лежат подряд. Занумеруем монеты по кругу, например, двигаясь по часовой стрелке, числами от 1 до 7 (см. рис.).



На одну чашу весов положим монету № 1, а на другую – монету № 4. Возможны три случая.

- 1) Весы оказались в равновесии. Тогда обе монеты на чашах – фальшивые.
- 2) Монета № 1 легче, чем монета № 4. Тогда монета № 1 – фальшивая, а монета № 4 – настоящая. Значит, и монета 7 – также фальшивая.
- 3) Монета № 1 тяжелее, чем монета № 4. Тогда монета № 1 – настоящая. Следовательно, монеты 4 и 5 – фальшивые.

6. Максимально 5 баллов.

2, 3 или 4 Те, кто стоят рядом с Денисом, и те, кто стоят через одного человека от него, заведомо врут. Поэтому тот, между кем и Денисом стоят ровно два человека, – рыцарь.

Перебирая по очереди каждого стоящего за этим рыцарем, (удаляясь от Дениса), убеждаемся, что все они – также рыцари.

Заметим теперь, что количество людей, стоящих в ряду рядом с Денисом или через одного человека от него, может быть различным.

- Их может быть:
- 1) двое, если Денис – крайний в ряду;
 - 2) трое, если Денис – второй с краю;
 - 3) четверо во всех остальных случаях.

7. Максимально 5 баллов.

На весах осталась гиря массой 1 грамм

Поскольку в каждый момент времени массы на чашах весов отличались хотя бы на 1 грамм, то для того, чтобы перевесила противоположная чаша, необходимо забрать гирю массой не менее двух грамм. Следовательно, выходя из класса, ни один ученик не мог забрать гирю массой 1 грамм.

8. Максимально 5 баллов.

Разобьём натуральные числа от 1 до 20 на 10 пар. Фокусники могут заранее договориться, как именно это сделать. Например, $\{1, 20\}$, $\{2, 19\}$, $\{3, 18\}$ и так далее. Среди одиннадцати карточек, выбранных зрителем, найдутся две, на которых записаны числа из одной и той же пары. Именно их и должен вернуть зрителю первый фокусник. В этом случае зрителю придётся добавить к ним «непарную» карточку, которую сможет опознать второй фокусник.